

# Modelo de **Thompson** para Simulação de Secagem de Grãos

ENG 671

Prof. Evandro de Castro Melo

# Modelo de Thompson et al.

- THOMPSON et al. (1968) apresentaram um modelo para simulação de secagem de milho em secadores contínuos.
- Este modelo simula o processo de secagem por meio de um conjunto de equações baseadas nas leis de transferência de energia e massa, bem como por uma equação empírica de secagem em camada delgada.

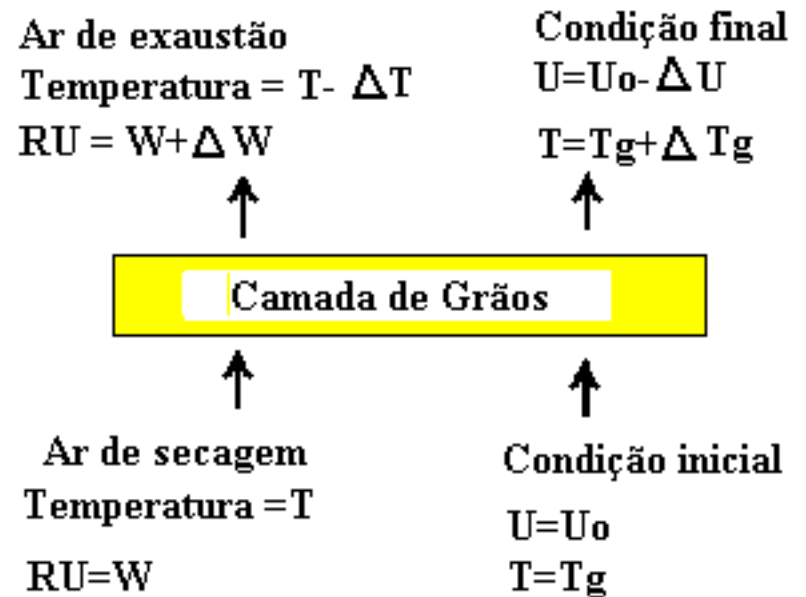
# Modelo de Thompson et al.

- No desenvolvimento do modelo usou-se, como artifício, a divisão do processo de secagem em vários subprocessos.
- Considerou-se o leito de grãos formado por várias camadas de espessuras reduzidas, colocadas umas sobre as outras.
- Em cada camada, as variações nas condições do ar e dos grãos foram calculadas com base em pequenos incrementos de tempo.

# Modelo de Thompson et al.

Quando o ar passa pela camada fina, durante determinado intervalo de tempo, certa quantidade de água do produto é evaporada e passa para o ar.

Nesse intervalo, a temperatura do ar diminui em consequência do aumento na temperatura dos grãos e do resfriamento evaporativo que acompanha a transferência de umidade.



# Modelo de Thompson et al.

A quantidade de água perdida pelo produto é calculada por meio de uma equação empírica de secagem em camada delgada. As temperaturas finais do ar e dos grãos, consistentes com o resfriamento evaporativo, são obtidas por meio de balanços de energia.

$$t = A \cdot \ln (RU) + B \cdot [\ln (RU)]^2$$

em que

t = tempo de secagem, em h;

RU = razão de umidade do produto, adimensional; e

A e B = parâmetros que dependem da temperatura do ar.

$$A = - 1,706 + 0,0088 \cdot T$$

$$B = 148,7 \cdot \exp (-0,059 \cdot T)$$

**Equações para Milho**

# Suposições do Modelo

- a)** A secagem de uma camada delgada de produto pode ser descrita por uma equação obtida empiricamente (equação anterior).
  
- b)** A temperatura do grão é igual à temperatura do ar que o envolve, após os balanços de energia, que levam em conta o resfriamento proveniente da evaporação da água do produto e das temperaturas iniciais do grão e do ar.

# Suposições do Modelo

**c)** O teor de água no equilíbrio depende da temperatura e da umidade relativa do ar nas vizinhanças do grão.

A equação proposta para ser utilizada no modelo é:

$$U_e = 1,206 [-\ln(1-0,01.UR)/(T+45,6)]^{0,5}$$

em que:

UR = umidade relativa do ar de secagem, %;

U<sub>e</sub> = teor de água no equilíbrio, decimal, b.s.

# Suposições do Modelo

**d)** A entalpia de vaporização da água no grão do milho depende da temperatura e do teor de água deste grão.

$$h_v = (606 - 0,57 \cdot T) \cdot [1 + 4,35 \exp(-28,25U)]$$

em que:

$h_v$  = entalpia de vaporização, kcal / kg de água evaporada.

# Suposições do Modelo

**e)** A entalpia específica do milho depende de seu teor de água:

$$c_p = 0,35 + (0,851 \cdot U / (1 + U))$$

em que:

$c_p$  = entalpia específica do milho, em kcal/kg °C

$U$  = teor de água, base seca, decimal

# Fluxograma do Modelo

O modelo de simulação de secagem apresentado por THOMPSON et al (1968) determina as variações ocorridas nas condições do ar e dos grãos em uma camada de espessura reduzida, dividindo o processo de secagem em vários subprocessos.

Este procedimento tem por finalidade simplificar a solução do modelo. A seguir, são apresentados os passos para simular a secagem em uma camada fina....

# Fluxograma do Modelo

**Passo 1** - cálculo da temperatura de equilíbrio entre ar e grão, considerando somente a troca de calor sensível: para essa determinação, é necessário o seguinte balanço de energia:

$$\begin{aligned} 0,24 T_o + W_o (588 + 0,45 T_o) + c_p \cdot R \cdot (1 + U) T_{go} = \\ = 0,24 T_e + W_o (588 + 0,45 T_e) + c_p \cdot R \cdot (1 + U) T_{ge} \end{aligned}$$

em que

$T_o$  = temperatura do ar na entrada da camada fina, em °C;

$W_o$  = razão de mistura do ar na entrada da camada fina, em  $\text{kg kg}^{-1}$ ;

$T_{go}$  = temperatura do grão no instante  $t$ , em °C;

$T_e$  = temperatura do ar em equilíbrio com o grão, em °C;

$T_{ge}$  = temperatura do grão em equilíbrio com o ar, em °C;       **$T_{ge} = T_e$**

$U$  = teor de umidade do produto no tempo  $t$ , decimal, b.s.; e

$R$  = razão entre massa de matéria seca da camada e massa de ar seco que passa no intervalo  $\Delta t$ , em  $\text{kg kg}^{-1}$ .

# Fluxograma do Modelo

A razão entre as massas de matéria seca e de ar seco deve ser determinada no início da simulação, por meio da equação:

$$R = P \cdot ve \cdot A \cdot \Delta x / [Q \cdot \Delta t \cdot 60 \cdot (1 + U_0)] \quad \text{eq. 24}$$

em que

$U_0$  = teor de umidade inicial, decimal, b.s.;

$\Delta x$  = espessura da camada fina, m;

$\Delta t$  = incremento de tempo, h;

$P$  = massa específica do grão no início da secagem,  $\text{kg m}^{-3}$ ;

$Q$  = vazão de ar,  $\text{m}^3 \text{min}^{-1}$ ;

$A$  = área da seção transversal,  $\text{m}^2$ ; e

$ve$  = volume específico do ar,  $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$ .

# Fluxograma do Modelo

A temperatura de equilíbrio em °C ( $T_e$ ) pode ser então determinada:

$$T_e = [(0,24 + 0,45 W_o) T_o + c_p \cdot R(1+U) T_{go}] / [0,24 + 0,45 W_o + c_p \cdot R(1+U)]$$

**Passo 2** - cálculo da umidade relativa do ar nas condições de equilíbrio:

$$UR = 100 \cdot P_{atm} \cdot W_o / [(0,622 + W_o) \cdot P_{vs}]$$

em que

$P_{atm}$  = pressão atmosférica, em mmHg;

$P_{vs}$  = pressão de vapor de saturação, à temperatura  $T_e$ , mmHg; e

UR = umidade relativa, %.

# Fluxograma do Modelo

A temperatura de equilíbrio em °C ( $T_e$ ) pode ser então determinada:

$$T_e = \frac{(0,24 + 0,45 W_o) T_o + c_p \cdot R(1+U) T_{go}}{0,24 + 0,45 W_o + c_p \cdot R(1+U)}$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 2** - cálculo da umidade relativa do ar nas condições de equilíbrio:

$$UR = 100 \cdot P_{atm} \cdot W_o / [(0,622 + W_o) \cdot P_{vs}]$$

em que

$P_{atm}$  = pressão atmosférica, em mmHg;

$P_{vs}$  = pressão de vapor de saturação, à temperatura  $T_e$ , mmHg; e

UR = umidade relativa, %.

# Fluxograma do Modelo

A pressão de vapor de saturação pode ser determinada pela equação apresentada por BROOKER et al. (1992):

$$P_{vs} = 51,715 \exp[51,594 - 6834 / (T_e + 273,16) - 5,169 \ln(T_e + 273,16)]$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 3** - cálculo do teor de umidade de equilíbrio (decimal, b.s.):

$$U_e = 1,206 [(-\ln(1 - 0,01 UR) / (T_e + 45,6))]^{0,5}$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 4 - cálculo do tempo equivalente:**

O tempo equivalente é definido como o tempo em que o produto deve ficar exposto às condições atuais do ar ( $T_e$ ,  $W_o$ ) para que o teor de umidade seja reduzido do valor inicial ( $U_o$ ) para o valor atual ( $U$ ). Para essa determinação, usa-se a equação empírica de secagem em camada delgada:

# Fluxograma do Modelo

$$te = A \ln(RUo) + B [\ln(RUo)]^2$$

em que

$te$  = tempo equivalente, em h.

$$RUo = (U - Ue) / (Uo - Ue)$$

$$A = -1,706 + 0,0088 \cdot Te$$

$$B = 148,7 \cdot \exp(-0,059 \cdot Te)$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 5** - cálculo da nova razão de umidade do produto,  $RU_f$ :

Após a secagem nas condições do ar ( $T_e$  e  $W_o$ ), durante um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), a razão de umidade do produto é determinada por meio da equação empírica de secagem em camada delgada:

$$RU_f = \exp \{ [-A - (A^2 + 4 B(t_e + \Delta t))^{0.5}] / (2 B) \}$$

**Passo 6** - cálculo da umidade do produto,  $U_f$  (decimal, b.s.), no tempo ( $t + \Delta t$ ):

$$U_f = RU_f(U_o - U_e) + U_e$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 7** - cálculo da nova razão de mistura do ar:

A razão de mistura do ar consistente com a perda de umidade do produto é determinada por um balanço de massa:

$$W_f = W_o + R (U - U_f)$$

em que

$W_f$  = razão da mistura do ar na saída da camada,  $\text{kg.kg}^{-1}$ .

# Fluxograma do Modelo

**Passo 8** - cálculo das temperaturas finais do ar e do produto:

As temperaturas finais do ar e do produto são determinadas por meio de um balanço de energia que leva em conta a perda de umidade dos grãos:

$$0,24 T_e + W_o (588 + 0,45 T_e) + cp.R (1 + U) T_{ge} + (W_f - W_o) T_{ge} =$$

$$= 0,24 T_f + W_f (588 + 0,45 T_f) + cp.R (1 + U) T_{gf} + (W_f - W_o) \Delta L$$

# Fluxograma do Modelo

em que

$T_f$  = temperatura do ar após a passagem pela camada, °C;

$T_{ge}$  = temperatura do grão após a passagem do ar, em °C; e

$\Delta L$  = calor latente de vaporização acima do necessário para evaporar a água livre, kcal kg<sup>-1</sup>.

$$\Delta L = (606 - 0,57 T_e) 4,35 \exp(-28,25 U)$$

Admitindo que a temperatura do grão é igual à do ar que o envolve, tem-se

$$T_{gf} = T_f$$

# Fluxograma do Modelo

O primeiro e segundo termos de cada lado da equação 36 representam as entalpias inicial e final do ar. O terceiro termo de cada lado é a energia contida no produto, nos tempos  $(t)$  e  $(t + \Delta t)$ . O quarto termo do lado esquerdo da igualdade é a quantidade de energia contida na água que está sendo retirada do produto. O último termo da equação é o calor latente de vaporização da água no grão, que é superior ao calor de vaporização da água livre.

# Fluxograma do Modelo

Explicitando  $T_f$ :

$$T_f = \frac{(0,24 + 0,45W_0)T_e - (W_f - W_0)(588 + \Delta L - T_e) + C_p R(1 + U)T_e}{0,24 + 0,45W_f + C_p R(1 + U)}$$

# Fluxograma do Modelo

**Passo 9** - os valores de  $T_f$  e  $W_f$  são consistentes?

Efetuada todos esses cálculos, é necessário verificar se o resultado obtido é exeqüível. Em certos casos, pode-se obter resultados em que a umidade relativa do ar, determinada matematicamente, é superior a 100%. Se isso ocorrer, novos balanços de massa e de energia deverão ser feitos, simulando a condensação de água no produto.

Nesses novos balanços, o ponto de estado  $T_f$  e  $W_f$ , não-exeqüível, será corrigido para o ponto de estado  $T^*f$  e  $W^*f$ :

# Fluxograma do Modelo

$$0,24 \cdot T_f + W_f \cdot (588 + 0,45 \cdot T_f) + (W^*f - W_f) \cdot T_f + c_p \cdot R \cdot (1+U) \cdot T_f = \\ = 0,24 \cdot T^*f + W^*f \cdot (588 + 0,45 \cdot T^*f) + c_p \cdot R \cdot (1 + U) \cdot T^*f$$

Nesta equação, há duas variáveis a serem determinadas:  $T^*f$  e  $W^*f$ . Outra condição empregada para possibilitar esta determinação é que a umidade relativa determinada matematicamente seja igual a 100%.

A quantidade de água condensada no produto faz com que sua umidade passe a ser  $U^*f$ , sendo

$$U^*f = U_f - [W^*f - W_f] / R$$

# Exercício

Determine a umidade final de uma camada de milho com 0,05m de espessura, após doze minutos de secagem.

Dados:

- teor de água atual da camada: 0,20 b.s.;
- teor inicial de água: 0,25 b.s.;
- massa específica inicial: 750 kg/m<sup>3</sup>;
- vazão de ar nas condições de secagem: 300 m<sup>3</sup>/min;
- área da secção transversal: 30 m<sup>2</sup>;
- temperatura de secagem: 60 °C;
- razão de mistura, 0,01 kg / kg<sub>1</sub>;
- volume específico do ar de secagem: 0,96 m<sup>3</sup>/kg
- temperatura do produto, 40°C

# Solução do Exercício

Passo	Resultados
1	$R = 0,24 \text{ kg/kg}$
2	$C_p = 0,492 \text{ kcal/kg}$
3	$T_e = 52,7^\circ\text{C}$
4	$P_{vs} = 105,15 \text{ mm Hg}$
5	$UR = 11,44\%$
6	$U_e = 0,0424 \text{ bs}$
7	$RU_i = 0,759$

Passo	Resultados
8	$t_e = 0,849$
9	$R_{uf} = 0,730$
10	$U_f = 0,194$
11	$W_f = 0,0115 \text{ kg/kg}$
12	$T_f = 50,15^\circ\text{C} = T_{gf}$
13	$UR = 14,84\%$
14	Ponto factível

# Simulação em Camada Espessa

Para simular a secagem de uma camada fixa, divide-se a massa de grãos em várias camadas finas e, consecutivamente, calculam-se tanto as variações que ocorrem na temperatura e umidade do ar à medida que este vai passando de uma camada para outra, quanto aquelas variações que ocorrem no produto em cada camada. A simulação é realizada para pequenos intervalos de tempo, até o produto atingir o teor de água desejado.

## Exemplo de um Programa de Simulação

# Modelo de Thompson

FIM